

แผนการสอนรายคาบที่ 12

รหัสวิชา 2201 - 2402 วิชา คณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์ จำนวน 3 หน่วยกิต
เรื่อง ตรรกศาสตร์ โดย ครูฉัตรมงคล สนั่นพลาย

1. จุดประสงค์การสอน

1. ทราบความหมายของประพจน์
2. ทราบความแตกต่างระหว่างประพจน์กับประโยค
3. มีความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับประพจน์และประโยค
4. มีความรู้ความเข้าใจในการเชื่อมประพจน์

2. รายการสอน

1. ประพจน์ และประโยคเปิด
2. การเชื่อมประพจน์
3. การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อมและ
4. การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อมหรือ
5. การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ถ้า... แล้ว...”
6. การเชื่อมประพจน์ด้วยตัวเชื่อม “ก็ต่อเมื่อ”
7. นิเสธของประพจน์ที่กำหนดให้
8. การหาค่าความจริงของประพจน์
9. การให้เหตุผลและผล

3. เนื้อหาสาระ

ตรรกศาสตร์

1.คุณสมบัติของตรรกศาสตร์พื้นฐาน

1.1ประพจน์ (Proposition)

คือ ข้อความที่เป็นจริงหรือเป็นเท็จเพียงอย่างเดียวเท่านั้น
ตัวอย่างที่เป็นประพจน์

P : $15 + 5 = 20$

Q : วันนี้อากาศหนาว

R : สัปดาห์หนึ่งมี 8 วัน

S : คนทุกคนเป็นอมตะ

ตัวอย่างที่ไม่เป็นประพจน์

ช่วยเปิดไฟให้หน่อย

ห้ามรบกวน

การแทนประพจน์จะใช้สัญลักษณ์ $p, q, r \dots$ เพื่อแทนประพจน์ที่แตกต่างกัน ข้อความที่มีกริยาเพียงตัวเดียวและเป็นประพจน์ จะเรียกว่าประพจน์เบื้องต้น

1.2. การเชื่อมประพจน์

โดยปกติเมื่อกล่าวถึงข้อความหรือประโยคนั้นมักจะมีกริยามากกว่าหนึ่งตัว แสดงว่าได้นำประโยคมาเชื่อมกันมากกว่าหนึ่งประโยค ดังนั้นถ้านำประพจน์มาเชื่อมกันก็จะได้ประพจน์ใหม่ซึ่งสามารถบอกได้ว่าเป็นจริงหรือเป็นเท็จ ตัวเชื่อมประพจน์มีอยู่ 5 ตัว และตัวเชื่อมที่ใช้กันมากคือ

“และ” “หรือ” “ไม่” ที่เหลืออีกสองตัวคือ “ถ้า...แล้ว...” และ “...ก็ต่อเมื่อ...” เมื่อนำประพจน์เชื่อมด้วยตัวเชื่อม และ ,หรือ, ถ้า...แล้ว, ...ก็ต่อเมื่อ

โดยที่ถ้า p และ q แทนประพจน์ จะเขียน

$p \wedge q$ แทน p และ q

$p \vee q$ แทน p หรือ q

$\sim p$ แทน ไม่ p

$p \rightarrow q$ แทน ถ้า p แล้ว q

$p \leftrightarrow q$ แทน p ก็ต่อเมื่อ q

ถ้ากำหนดให้ T แทนค่าความจริงของประพจน์ที่เป็นจริง

F แทนค่าความจริงของประพจน์ที่เป็นเท็จ

และ p, q แทนประพจน์ใดๆ ที่ยังไม่ได้ระบุข้อความหรือแทนค่าข้อความลงไป

ประพจน์ p, q จะเรียกว่าข้อความร่วม (conjugate statement) และจะสามารถเขียนตารางค่าความจริงของประพจน์ p, q ได้ดังนี้

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

จากตารางจะพบว่า ค่าความจริงของประพจน์ p, q จะเป็นจริงถ้าประพจน์ทั้งสองเป็นจริงนอกนั้นจะเป็นเท็จ

ประพจน์ p, q เรียกว่าข้อความเลือก (disjunctive statement) เป็นข้อความที่เป็นจริงถ้า p หรือ q เป็นอย่างน้อยที่สุดหนึ่งประพจน์ แต่จะไม่เป็นจริงเมื่อทั้งสองประพจน์เป็นเท็จ ตารางค่าความจริงของ p, q สามารถเขียนได้ดังนี้

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

ประพจน์ $\sim p$ เรียกว่านิเสธ (negation) p หมายถึงไม่เป็นจริงสำหรับ p จะเป็นจริงเมื่อ p เป็นเท็จและจะเป็นเท็จเมื่อ p เป็นจริง ตารางค่าความจริงของ $\sim p$ เป็นดังนี้

P	$\sim p$
T	F
F	T

ประพจน์ p ฎ q เรียกว่าประโยคเงื่อนไขหรือข้อความแจ้งเหตุสู่ผล (conditional statement) ประพจน์ p เรียกว่าเหตุตัวเงื่อนไขและ q เป็นผลสรุป

เช่น p : นุ่นไปเที่ยวนอกบ้าน

q : คุณพ่อโทรศัพท์ตาม

ดังนั้น p ฎ q : ถ้านุ่นไปเที่ยวนอกบ้านแล้วคุณพ่อโทรศัพท์ตาม

จากการตรวจสอบเงื่อนไขนี้จะพบว่าประพจน์นี้จะเป็เท็จกรณีเดียวคือ นุ่นไปเที่ยวนอกบ้านแต่คุณพ่อไม่โทรศัพท์ตาม ดังนั้นจะสามารถแสดงตารางค่าความจริงของประพจน์ p ฎ q ได้ดังนี้

p	Q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

ประพจน์ p ซ q เรียกว่าประโยคเงื่อนไขสองทาง (biconditional statement) คือ ประพจน์ที่มีความหมายเหมือนกับ $(p$ ฎ $q) \wedge (q$ ฎ $p)$ เนื่องจาก $(p$ ฎ $q)$ และ $(q$ ฎ $p)$ เชื่อมด้วยคำว่า “และ” ดังนั้น p ซ q จะมีค่าความจริงเป็นจริงต่อเมื่อประพจน์ p และประพจน์ q มีค่าความจริงเหมือนกัน ดังตารางต่อไปนี้

P	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

จากตารางค่าความจริงของประพจน์ที่มีตัวเชื่อมทั้ง 5 จะพบว่า

1. $\sim p$ มีค่าความจริงตรงกันข้ามกับค่าความเป็นจริงของ p
2. $p \wedge q$ เป็น T กรณีเดียวคือกรณีที่ทั้ง p และ q เป็น T
3. $p \wedge q$ เป็น F กรณีเดียวคือกรณีที่ทั้ง p และ q เป็น F
4. $p \vee q$ เป็น F กรณีเดียวคือกรณีที่ทั้ง p เป็น T และ q เป็น F
5. $p \leftrightarrow q$ เป็น T เมื่อ p และ q มีค่าความจริงเหมือนกัน

1.3. สัจนิรันดร์ (Tautology)

หมายถึงประพจน์ผสมที่มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี ไม่ว่าจะประกอบขึ้นจากประพจน์ย่อยที่มีค่าความจริงเป็นอย่างไร อาทิเช่น

1. $[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$
2. $p \vee \sim p$
3. $p \rightarrow (p \vee q)$
4. $(p \wedge q) \rightarrow p$

การทดสอบว่าประพจน์ใดเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่ ทำได้ 2 วิธีคือ

1. ใช้ตารางค่าความจริง เพื่อดูว่ามีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณีจริงหรือไม่
2. ใช้การทำ Contradiction คือการบังคับให้ประพจน์นั้นเป็นเท็จ ถ้าสามารถทำให้ประพจน์นั้นเป็นเท็จได้สำเร็จ แสดงว่าประพจน์นั้นไม่เป็นสัจนิรันดร์ แต่ถ้าไม่สามารถบังคับให้ประพจน์นั้นเป็นเท็จได้ ประพจน์นั้นจะเป็นสัจนิรันดร์ทันที

1.4. กฎของการแทนที่ กฎของการแทนที่เป็นกฎที่ใช้แทนที่กันได้เนื่องจากเป็นข้อความที่สมมูลกัน มี

ดังต่อไปนี้

ชื่อกฎ	ประพจน์ที่สมมูลกัน
1. เดอมอร์แกน (De Morgan's)	$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$ $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$
2. การสลับที่ (Commutative)	$P \wedge q \equiv q \wedge p$ $P \vee q \equiv q \vee p$
3. การเปลี่ยนหมู่ (Associative)	$P \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$ $P \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$
4. การแจกแจง (Distributive)	$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
5. Double Negation	$\sim(\sim p) \equiv p$
6. Contrapositive	$(p \rightarrow q) \equiv (\sim q \rightarrow \sim p)$
7. Material Implication	$(p \rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$
8. Material Equivalence	$(p \leftrightarrow q) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
9. Dissolution of Equivalence	$(p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge q) \vee (\sim p \wedge \sim q)$
10. Export - Import	$p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv (p \wedge q) \rightarrow r$
11. Symmetry of Premise	$p \rightarrow (q \rightarrow r) \equiv q \rightarrow (p \rightarrow r)$
12. Idempotent	$p \vee p \equiv p$ $p \wedge p \equiv p$
13. Absorption	$p \rightarrow (p \wedge q) \equiv (p \rightarrow q)$ $p \wedge (p \vee q) \equiv p$ $p \vee (p \wedge q) \equiv p$

4. สื่อและวัสดุอุปกรณ์

1. สไลด์ เรื่องตรรกศาสตร์
2. กระดานไวท์บอร์ด ปากกาไวท์บอร์ด

5. ลำดับชั้นการสอน

1. ครูผู้สอนบรรยายทฤษฎีพร้อมสื่อการเรียนประกอบ
2. ครูผู้สอนสาธิตในการเรียนภาคปฏิบัติ

6. การประเมิน

1. ผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียน
2. ผู้เรียนสามารถปฏิบัติงานได้ตามที่เรียน
3. แบบฝึกหัดหรือการปฏิบัติงาน