

5. ลำดับชั้นการสอน

1. ครูผู้สอนบรรยายทฤษฎีพร้อมสื่อการเรียนประกอบ
2. ครูผู้สอนสาธิตในการเรียนภาคปฏิบัติ

7. การประเมิน

1. ผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียน
2. ผู้เรียนสามารถปฏิบัติงานได้ตามที่เรียน
3. แบบฝึกหัดหรือการปฏิบัติงาน

แผนการสอนรายคาบที่ 15

รหัสวิชา 2201 - 2402 วิชา คณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์ จำนวน 3 หน่วยกิต
เรื่อง เมตริกซ์ ตอนที่ 1 โดย ครูฉัตรมงคล สุนพลา

1. จุดประสงค์การสอน

1. มีความรู้ความเข้าใจในการเขียนเมตริกซ์ชนิดต่างๆ
2. บอกชนิดของเมตริกซ์ได้
3. บอกสมาชิกของเมตริกซ์ในแต่ละแถวและคอลัมน์ได้
4. สามารถทำการบวก และลบเมตริกซ์ได้
5. เห็นประโยชน์และความสำคัญ ในการนำหลักการของเมตริกซ์ไปใช้ในระบบคอมพิวเตอร์

2. รายการสอน

1. เมตริกซ์ (Matrices)
2. แถว และ คอลัมน์
3. ชนิดของเมตริกซ์
4. เมตริกซ์ย่อย (Submatrices)
5. การเท่ากันของเมตริกซ์
6. การบวกเมตริกซ์ (Addition of Matrix)
7. การลบเมตริกซ์
8. การคูณเมตริกซ์ (Matrix Multiplication)
9. การสลับเปลี่ยนของเมตริกซ์ (Transpose of a Matrix)
10. ตัวกำหนด (Determinant)
11. เมตริกซ์เอกลักษณ์ (Identity Matrix)

3. เนื้อหาสาระ

1. นิยาม เมทริกซ์เป็นกลุ่มของเลขจำนวนซึ่งเรียงกันในลักษณะของสี่เหลี่ยมมุมฉากล้อมรอบด้วยเครื่องหมาย []

2. การบอกตำแหน่งของสมาชิก

$$\begin{array}{l} \text{แถวที่หนึ่ง} \longrightarrow \\ \text{แถวที่หนึ่ง} \longrightarrow \\ \text{แถวที่หนึ่ง} \longrightarrow \end{array} \begin{bmatrix} 3 & 3 & 4 & 6 \\ 8 & 4 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

 ↑ ↑ ↑ ↑
หลัก หนึ่ง สอง สาม สี่

3. มิติของเมทริกซ์ (Order of matrix)

เราจะเรียกเมทริกซ์ที่มี m แถว และ n หลัก (Column) ว่ามีมิติ $m \times n$ โดยทั่วไป นิยมใช้อักษรตัวพิมพ์ใหญ่ (A, B, C ...) แทนเมทริกซ์ และใช้อักษร $a_{ij}, b_{ij}, c_{ij} \dots$

แทนสมาชิกแถวที่ i ของเมทริกซ์ ในบางครั้ง อาจเขียน $[a_{ij}]_{m \times n}$ แทนเมทริกซ์ A

4. เมทริกจัตุรัส (Square matrix) คือ เมทริกซ์ที่มี มิติ $n \times n$

5. เมทริกศูนย์ (Zero matrix) คือ เมทริกซ์ที่มีสมาชิกทุกตัวเป็นศูนย์ และใช้สัญลักษณ์ 0 หรือ $[0]_{m \times n}$

6. เมทริกซ์เอกลักษณ์ (Identity matrix or Unit matrix)

คือเมทริกซ์จัตุรัสที่มีคุณสมบัติว่า

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } i = j \\ 0 & \text{เมื่อ } i \neq j \end{cases}$$

จะใช้สัญลักษณ์ I หรือ I_n แทนเมทริกซ์เอกลักษณ์ดังกล่าว

7. การเท่ากันของเมทริกซ์

กำหนดให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ เมื่อ $B = [b_{ij}]_{p \times q}$

$A = B$ ก็ต่อเมื่อ A และ B มีมิติเดียวกันและมีสมาชิกที่มีค่าเท่ากัน ตำแหน่งต่อตำแหน่ง นั่นคือเมทริกซ์ A เท่ากับเมทริกซ์ B เมื่อ

1) $m = p$ และ $n = q$

2) $a_{ij} = b_{ij}$ ทุกค่า i และ j

8. การบวกเมทริกซ์ (Matrix Addition)

กำหนดให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$, $B = [b_{ij}]_{m \times n}$ และ $c = [c_{ij}]_{m \times n}$

ถ้า $C = A + B$ แล้วจะได้ว่า $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ สำหรับทุกค่า i และ j

9. การคูณเมตริกซ์ด้วยสเกลาร์ (Scalar Multiplication)

กำหนดให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ และให้ $K \in \mathbb{R}$

จะได้ $KA = K [a_{ij}]_{m \times n} = [Ka_{ij}]_{m \times n}$

10. การคูณเมตริกซ์ (Matrix Multiplication)

กำหนดให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$, $B = [b_{ij}]_{n \times p}$ และ $c = AB$

C จะมีมิติ $m \times p$ คือ $C = [c_{ij}]_{m \times p}$ และ

$$C_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + a_{i3}b_{3j} + \dots + a_{in}b_{nj}$$

11. ทฤษฎีบทสำหรับการคูณเมตริกซ์

ถ้า A, B และ C เป็นเมตริกซ์ที่สามารถคูณกันจะได้ว่า

1. $(AB)C = A(BC)$ (การเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการคูณ)

2. ถ้า $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ จะได้ว่า $I_n \cdot A = A = A \cdot I_n$

3. $A(B + C) = AB + AC$

4. ถ้า $AB = AC$ และ

ถ้า A เป็น nonsingular matrix แล้วสรุปได้ว่า $B = C$

ถ้า A เป็น singular matrix แล้ว B และ C ไม่จำเป็นต้องเท่ากัน

5. ถ้า $AB = 0$

ถ้า A เป็น nonsingular matrix แล้วสรุปได้ว่า $B = 0$

ถ้า A เป็น singular matrix แล้ว B ไม่ใช่ 0

ข้อสังเกต

1. โดยทั่วไป $AB \neq BA$

2. สูตรต่างๆ ในเรื่องจำนวนจริงอาจจะใช้กับเมตริกซ์ไม่ได้ เช่น

$$(A+B)^2 = A^2 + AB + BA + B^2 \neq A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A+B)(A+B) = A^2 + AB - BA - B^2 \neq A^2 - B^2$$

12. การทรานสโพสเมตริกซ์ (Transpostlion of matrix)

กำหนดให้ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$, $B = [b_{ij}]_{n \times m}$ โดยที่ $b_{ij} = a_{ji}$ ทุกค่า i, j

แล้วจะเรียกเมตริกซ์ B ว่าเป็นการทรานสโพสของเมตริกซ์ A ซึ่งเขียนแทนด้วย

$$B = A^t$$

13. ทฤษฎีบทสำหรับการทรานส์โพสเมตริกซ์ ให้ A, B เป็นเมตริกซ์ใดๆ

$$1. (A^t)^t = A$$

$$2. (A+B)^t = A^t + B^t$$

$$3. (AB)^t = B^t A^t$$

$$4. (A^{-1})^t = (A^t)^{-1} \text{ โดยที่ } A \text{ เป็น nonsingular matrix}$$

$$5. (A^n)^t = (A^t)^n, n \in \mathbb{I}^+$$

$$6. (KA)^t = KA^t, K \in \mathbb{R}$$

การบวกเมตริกซ์

$$\text{ถ้า } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} a+x & b+y \\ c+z & d+w \end{bmatrix}$$

$$\text{ตัวอย่าง } \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1+2 & 3+4 \\ 4+3 & 2+1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

การลบเมตริกซ์

$$\text{ถ้า } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} a-x & b-y \\ c-z & d-w \end{bmatrix}$$

$$\text{ตัวอย่าง } \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1-2 & 3-4 \\ 4-3 & 2-1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

การคูณเมตริกซ์

กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$

จะได้ว่า $AB = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$

ตัวอย่าง $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$

$$= \begin{bmatrix} 2 \cdot 5 + 3 \cdot 7 & 2 \cdot 6 + 3 \cdot 8 \\ 1 \cdot 5 + 4 \cdot 7 & 1 \cdot 6 + 4 \cdot 8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 10 + 21 & 12 + 24 \\ 5 + 28 & 6 + 32 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 31 & 36 \\ \dots & \dots \end{bmatrix}$$

4. สื่อและวัสดุอุปกรณ์

1. สไลด์ เรื่องระบบจำนวน
2. กระดานไวท์บอร์ด ปากกาไวท์บอร์ด

5. ลำดับชั้นการสอน

1. ครูผู้สอนบรรยายทฤษฎีพร้อมสื่อการเรียนประกอบ
2. ครูผู้สอนสาธิตในการเรียนภาคปฏิบัติ

6. การประเมิน

1. ผู้เรียนมีความเข้าใจในเนื้อหาที่เรียน
2. ผู้เรียนสามารถปฏิบัติงานได้ตามที่เรียน
3. แบบฝึกหัดหรือการปฏิบัติงาน

แผนการสอนรายคาบที่ 16

รหัสวิชา 2201 - 2402 วิชา คณิตศาสตร์คอมพิวเตอร์ จำนวน 3 หน่วยกิต
เรื่อง เมตริกซ์ ตอนที่ 2 โดย ครูณัฏฐ์มงคล สนั่นพลาย

1. จุดประสงค์การสอน

1. สามารถนิยามและหาค่าของทรานสโพสของเมตริกซ์ได้
2. สามารถนิยามและหาค่าของดีเทอร์มิแนนต์ได้
3. สามารถนิยามและเข้าใจเกี่ยวกับเมตริกซ์เอกลักษณะได้